

1 Ensembles, applications, relations. Généralités sur les fonctions

Tout le programme des deux semaines précédentes sur les chapitres 4 et 5. Les **question de cours** au programme sont les suivantes :

Définition de relation d'équivalence + la relation de congruence modulo un réel sur \mathbb{R} est une relation d'équivalence (Définitions 56 et 57 et Exemple 21 deuxième point et sa démonstration, Chap 4). **Une fonction f est bornée si, et seulement si, la fonction $|f|$ est majorée** (Proposition 27, Chap 5). **Dérivabilité sur \mathbb{R} de la fonction $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ définie par $f(0) = 0$ et $\forall x \in \mathbb{R}^*, f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$, et non continuité de f' en 0** (deuxième point du dernier paragraphe du II.1, Chap 5). **Dérivabilité et dérivée de $x \mapsto e^{\varphi(x)}$ pour $\varphi : \mathcal{D} \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ dérivable** (Proposition 55, Chap 5).

Plus la fin du chapitre 5 :

- Primitives (existence admise pour les fonctions continues). Intégrale d'une fonction continue sur un segment $[a, b]$ (définie à l'aide des primitives ; la version limite des sommes de Riemann est au programme du semestre 2). La fonction $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t)dt$ est l'unique primitive s'annulant en x_0 .
- Propriétés de l'intégrale : inversion des bornes, linéarité, Chasles, positivité et croissance.
Question de cours : Positivité et croissance de l'intégrale des fonctions à valeurs dans \mathbb{R} (Proposition 66, Chap 5).
- Intégration par parties. Changement de variables.
- Extension à l'intégration des fonctions d'une variable réelle à valeurs dans \mathbb{C} . Application à l'exponentielle complexe.

2 Fonctions usuelles (début)

- Fonctions logarithme népérien et exponentielle, propriétés, limites particulières. Logarithmes et exponentielles en base quelconque.
Question de cours : $\forall (x, y) \in (\mathbb{R}_+^*)^2, \ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$ (Théorème 2, Chap 6).
- Fonctions puissances $x \mapsto x^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$, propriétés, limites en 0^+ et $+\infty$ en fonction de α . Cas particulier des puissances entières.
- Croissances comparées des fonctions logarithmes, puissances et exponentielles.

Question de cours : Croissances comparées $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ (Théorème 22, Chap 6).

Question de cours : Croissances comparées $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^\beta}{x^\alpha} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha |\ln x|^\beta = 0$ pour $(\alpha, \beta) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$ (Théorème 23, Chap 6).

3 La semaine suivante :

Généralités sur les fonctions, fonctions usuelles, équations différentielles linéaires (début).