

1 Groupes, anneaux, corps

Tout le programme précédent sur le chapitre 9. Les **questions de cours** au programme sont les suivantes :

Image directe d'un sous-groupe par un morphisme de groupes (Chap 9, Proposition 20). **Image réciproque d'un sous-groupe par un morphisme de groupes** (Chap 9, Proposition 23). **L'ensemble des inversibles d'un anneau est un groupe pour la multiplication** (Chap 9, Proposition 31). **Formule du binôme dans un anneau** (Chap 9, Théorème 36)

2 Calcul matriciel et systèmes linéaires.

- Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$. Matrices élémentaires.
- Combinaisons linéaires de matrices. Produit matriciel. Produit de matrices élémentaires.

Question de cours : Pseudo-associativité du produit matriciel (Chap 10, Théorème 8).

- Transposition, notation A^T .
- Systèmes linéaires, notation matricielle. Structure de l'ensemble des solutions. Pivot de Gauss.
- Anneau $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Non commutativité pour $n \geq 2$. Formules du binôme et de factorisation $A^{n+1} - B^{n+1}$. Exemples de matrices nilpotentes, application au calcul de puissances. Matrices symétriques, matrices antisymétriques. Matrices inversibles, inverse. Groupe linéaire $GL_n(\mathbb{K})$. Conditions nécessaires d'inversibilité. Produit de matrices diagonales, de matrices triangulaires supérieures, inférieures.

Questions de cours : Décomposition d'une matrice carrée en somme d'une matrice symétrique et d'une matrice antisymétrique (Chap 10, Proposition 28).

- Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Préservation de l'inversibilité par les opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes. Calcul de l'inverse d'une matrice inversible (par opérations sur les lignes sur la matrice ou sur le système linéaire associé). Caractérisation des matrices triangulaires inversibles.

3 Polynômes dans $\mathbb{K}[X]$ pour $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$. (Début)

- Anneau $\mathbb{K}[X]$: degré, somme, produit, composition, multiplication par un scalaire. Ensemble $\mathbb{K}_n[X]$.

Questions de cours : Produit de deux polynômes et son degré (Chap 11, Proposition 13).

- Divisibilité. Polynômes associés. Division euclidienne.

Questions de cours : Deux polynômes A et B sont associés si, et seulement si, il existe $\lambda \in \mathbb{K}^*$ tel que $B = \lambda A$ (Chap 11, Proposition 26, point 1.).

4 La semaine suivante :

Calcul matriciel et systèmes linéaires. Polynômes.