

1 Polynômes.

Tout le programme précédent sur le chapitre 11. Les **questions de cours** au programme sont les suivantes :

Si un polynôme P admet $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ comme racines distinctes dans $\mathbb{K}$, alors $\prod_{k=1}^n (X - \alpha_k)$ divise P (Chap 11, Propositions 35 et 36). **Formule de Leibniz** (Chap 11, Théorème 57). **Caractérisation de la multiplicité d'une racine par les polynômes dérivés successifs** (Chap 11, Théorème 61).

Plus la fin du Chapitre 11 :

- Interpolation de Lagrange, polynômes interpolateurs $L_k = \prod_{i=1, i \neq k}^n \frac{X - x_i}{x_k - x_i}$.

Questions de cours : Interpolation de Lagrange (Chap 11, Définition 62 et Propositions 63 et 64)

2 Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$).

- PGCD de deux polynômes non tous les deux nuls (tout diviseur commun de A et B de degré maximal est PGCD de A et B). Algorithme d'Euclide. Relation de Bézout. PPCM de deux polynômes.

Questions de cours : Caractérisation du PGCD de deux polynômes dont l'un au moins est non nul (Chap 12, Proposition 4).

- Couple de polynômes premiers entre eux. Identité de Bézout. Lemme de Gauss.
- PGCD d'un nombre fini de polynômes. Polynômes premiers entre eux dans leur ensemble. Polynômes premiers entre eux deux à deux.
- Polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$. Théorème de d'Alembert-Gauss. Théorèmes de décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$ et dans $\mathbb{R}[X]$.

Questions de cours : Décomposition de $X^n - 1$ en produit de facteurs irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$ (Chap 12, Proposition 30).

Questions de cours : Caractérisation de la divisibilité dans $\mathbb{C}[X]$ à l'aide des racines et des multiplicités (Chap 12, Théorème 32 et Corollaire 33).

3 Fractions rationnelles

- Corps $\mathbb{K}(X)$. Forme irréductible d'une fraction rationnelle. Fonction rationnelle. Degré. Partie entière.

Questions de cours : Partie entière d'une fraction rationnelle (Chap 13, Définition 11 et sa démonstration).

- Zéros et pôles d'une fraction rationnelle. Multiplicités.
- Décomposition en éléments simples sur $\mathbb{C}$ et sur $\mathbb{R}$. Si λ est un pôle simple, coefficient de $\frac{1}{X - \lambda}$. Décomposition en éléments simples de $\frac{P'}{P}$.
(On évitera toute technicité excessive.)

4 La semaine suivante

Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$. Fractions rationnelles. Nombres réels.