

## 1 Suites numériques.

Tout le programme précédent sur le chapitre 15. Les **questions de cours** au programme sont les suivantes :

**Théorème de la limite croissante** (Chap 15, Théorème 36). **Théorème des suites adjacentes** (Chap 15, Théorème 39). **Caractérisation séquentielle de la densité** (Chap 15, Théorème 44). **Théorème de Bolzano-Weierstrass complexe** (Chap 15, Théorème 77).

## 2 Limites et continuité des fonctions.

Les fonctions sont définies sur un intervalle  $I$  ou sur un domaine de la forme  $I \setminus \{a\}$ , et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ .

- Limite finie ou infinie d'une fonction définie au voisinage d'un point  $a \in \overline{\mathbb{R}}$ . Unicité de la limite. Propriétés standard : une fonction convergeant vers une limite finie en  $a \in \overline{\mathbb{R}}$  est bornée au voisinage de  $a$  ; une fonction convergeant vers une limite strictement positive en  $a$  est minorée par un réel strictement positif au voisinage de  $a$  (et version négative). Limites à droite et à gauche. Opérations sur les limites : combinaison linéaire, produit, inverse, composition.

**Question de cours** : Caractérisation séquentielle de la limite (finie ou infinie). (*Démonstration du cours faite pour  $a = +\infty$  et  $l \in \mathbb{R}$* ) (Chap 16, Théorème 32)

- Stabilité des inégalités larges par passage à la limite. Théorèmes d'encadrement (limite finie), de divergence par minoration/par majoration.
- Théorème de limite monotone pour les fonctions.
- Continuité, prolongement par continuité. Continuité à gauche, à droite. Caractérisation séquentielle de la continuité en un point. Continuité sur un intervalle. Opérations sur les fonctions continues (en un point ou sur un intervalle) : combinaison linéaire, produit, quotient, composition.
- Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue.

**Question de cours** : L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle. (Chap 17, Théorème 8)

- Toute fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes. Image d'un segment par une fonction continue.

**Question de cours** : L'image d'un segment par une fonction continue est un segment. (Chap 17, Corollaire 11)

- Continuité et injectivité : toute fonction continue injective sur un intervalle est strictement monotone. Théorème de la bijection monotone, continuité de la bijection réciproque.
- Extension aux fonctions à valeurs complexes.

## 3 La semaine suivante

Limites et continuité des fonctions. Dérivabilité des fonctions.