

1 Fonctions convexes.

Tout le programme précédent sur le chapitre 19. Les **questions de cours** au programme sont les suivantes :

Inégalité de Jensen (Chap 19, Théorème 5). **Caractérisation de la convexité par la croissance des pentes** (Chap 19, Théorème 7). **Caractérisation des fonctions convexes dérivables** (Chap 19, Théorèmes 9 et 10).

2 Comparaison locale des fonctions et développements limités.

- Notions de domination, négligeabilité et d'équivalence de fonctions au voisinage de $a \in \overline{\mathbb{R}}$. Propriétés et opérations valides. Propriétés conservées par l'équivalence : signe et limite.
- Développements limités, unicité des coefficients, troncature. Développement limité en 0 d'une fonction paire ou impaire. Importance des DL en 0. Obtention d'un équivalent simple à partir d'un DL .

Question de cours : Unicité du $DL_n(x_0)$. (Chap 20, Proposition 27)

- Développements limités et continuité/dérivabilité. Formule de Taylor-Young (admise à ce stade du cours). Développements limités usuels à tout ordre en 0 : $\exp$, $\sin$, $\cos$, sh , ch , $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto (1+x)^\alpha$ (pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$) et $\arctan$ à tout ordre, et $\tan$ et th à l'ordre 3.
- Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit, quotient. Composition de DL (pas de résultat théorique sur la composition). Primitivation d'un DL.

Question de cours : Développement limité d'un produit de deux fonctions. (Chap 20, Proposition 37)

- Application des DL pour préciser l'allure d'une courbe au voisinage d'un point : tangente, asymptotes obliques (notion de développement asymptotique). Condition nécessaire, condition suffisante à l'ordre 2 pour un extremum local.

3 Comparaison des suites numériques.

- Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence pour les suites (*définitions par le quotient $\frac{u_n}{v_n}$ où $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ne s'annule pas à partir d'un certain rang*). Adaptation aux suites des résultats relatifs aux fonctions.

Question de cours : Pour tout $a \in \mathbb{R}$, $a^n = o(n!)$ (Chap 21, Proposition 20).

4 La semaine suivante

Comparaison locale des fonctions. Comparaison des suites numériques. **Révisions sur tout le programme d'Analyse du premier semestre.** Espaces vectoriels.