1 Révisions de MPSI

Un exercice, court, sur l'un au moins des chapitres suivants sera posé à chaque élève :

- Chapitre 10 : Matrices et systèmes linéaires.

2 Espaces vectoriels

Tout le programme précédent sur le chapitre 22. Les **questions de cours** au programme sont les suivantes :

Une famille $(e_i)_{i \in I}$ est une base de E ssi tout vecteur de E s'écrit de manière unique comme combinaison linéaire de la famille $(e_i)_{i \in I}$ (Chap 22, Théorème 38). Caractérisation d'une somme directe de deux sous-espaces vectoriels (Chap 22, Proposition 45).

3 Applications linéaires

- Applications linéaires. Opérations sur les applications linéaires : combinaison linéaire, composition, réciproque.

Question de cours : $\mathcal{L}(E, F)$ est un sous-espace vectoriel de F^E (Chap 23, Théorème 5).

- Image directe et image réciproque de sous-espaces vectoriels par une application linéaire. Image et noyau d'une application linéaire. Caractérisation de l'injectivité, de la surjectivité d'une application linéaire.

Question de cours : Image réciproque d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire (Chap 23, Théorème 14).

- Image d'une famille de vecteurs par une application linéaire. Caractérisation des isomorphismes par l'image de bases.

Question de cours : Image d'une famille libre par une application linéaire injective (Chap 23, Proposition 23).

- Détermination d'une application linéaire par la donnée de l'image d'une base, par la donnée de sa restriction sur deux sous-espaces supplémentaires.

- Anneau $(\mathcal{L}(E), +, \circ)$ des endomorphismes de E . Automorphismes de E , groupe linéaire $GL(E)$. Homothéties, projecteurs/projections vectorielles, symétries vectorielles.

Question de cours : Caractérisation des projecteurs (Chap 23, Théorème 42).

- Formes linéaires. Formes coordonnées relativement à une base.
- Hyperplans. Caractérisation des hyperplans. Équations linéaires d'un hyperplan.

Question de cours : Caractérisation des hyperplans par l'existence d'une droite supplémentaire (Chap 23, Théorème 55).

4 Espaces vectoriels de dimension finie.

- Espaces vectoriels de dimension finie. Existence de bases en dimension finie. Théorème de la base extraite, théorème de la base incomplète.
- Dimension d'un espace vectoriel. Caractérisation des bases en dimension finie parmi les familles libres, parmi les familles génératrices. Dimension d'un produit fini d'espaces vectoriels de dimensions finis.

Question de cours : Caractérisation des bases parmi les familles génératrices et parmi les familles libres en dimension finie (Chap 24, Théorèmes 9 et 10).

5 La semaine suivante

Révisions sur l'arithmétique et les groupes, les anneaux, les corps. Applications linéaires. Dimension finie. Sous-espaces affines et équations linéaires.