

1 Révisions de MPSI

Un exercice, court, sur l'un au moins des chapitres suivants sera posé à chaque élève :

- Chapitre 8 : Arithmétique dans \mathbb{Z} .
- Chapitre 9 : Groupes, anneaux, corps.

2 Applications linéaires

Tout le programme précédent sur le chapitre 23. Les **questions de cours** au programme sont les suivantes :

Caractérisation des projecteurs (Chap 23, Théorème 42). **Caractérisation des hyperplans par l'existence d'une droite supplémentaire** (Chap 23, Théorème 55).

3 Espaces vectoriels de dimension finie.

- Espaces vectoriels de dimension finie. Existence de bases en dimension finie. Théorème de la base extraite, théorème de la base incomplète.
- Dimension d'un espace vectoriel. Caractérisation des bases en dimension finie parmi les familles libres, parmi les familles génératrices. Dimension d'un produit fini d'espaces vectoriels de dimensions finis.

Question de cours : Caractérisation des bases parmi les familles génératrices et parmi les familles libres en dimension finie (Chap 24, Théorèmes 9 et 10).

- Rang d'une famille finie de vecteurs.

Question de cours : Caractérisation des familles finies libres et des familles finies génératrices par le rang de la famille (Chap 24, Propositions 16 et 17).

- Dimension d'un sous-espace vectoriel d'un espace de dimension finie. Existence de supplémentaires en dimension finie. Base adaptée à un sous-espace vectoriel, à deux supplémentaires. Dimension de la somme de deux sous-espaces. Formule de Grassmann.

Question de cours : Caractérisation des couples de sous-espaces supplémentaires en dimension finie (Chap 24, Proposition 26).

- Théorème d'isomorphisme. Applications linéaires de rang fini. Rang d'une composée d'applications linéaires de rang fini. Invariance du rang par composition par un isomorphisme. Théorème du rang. Caractérisation des isomorphismes en dimension finie. Dimension de $\mathcal{L}(E, F)$.

Question de cours : Forme géométrique du théorème du rang + Théorème du rang (Chap 24, Théorèmes 35 et 36).

Question de cours : Caractérisation des isomorphismes en dimension finie (Chap 24, Théorème 37).

- Formes linéaires en dimension finie. Base duale. Hyperplans en dimension finie. Équations d'un hyperplan en dimension finie. Intersection d'hyperplans.
- Équations de récurrence linéaire d'ordre 2.

4 Sous-espaces affines.

- Translations. L'écriture $B = A + \vec{u}$ est équivalente à la relation $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.
- Sous-espaces affines d'un espace vectoriel, direction. Hyperplan affine. Intersection de sous-espaces affines.

- Équations linéaires. Structure de l'ensemble des solutions d'une équation linéaire. Applications : systèmes linéaires, équations différentielles linéaires d'ordres 1 et 2, suites arithmético-géométriques, polynômes interpolateurs de Lagrange.

5 La semaine suivante

Espaces vectoriels de dimension finie. Sous-espaces affines et équations linéaires. Matrices et applications linéaires.