

## 1 Intégration sur un segment. Intégration et dérivation.

Tout le programme précédent sur les chapitres 27 et 28. Les **questions de cours** au programme sont les suivantes :

Soit  $f : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue et positive sur  $[a; b]$ . Si  $f$  n'est pas la fonction nulle sur  $[a; b]$ , alors  $\int_{[a,b]} f > 0$  (Chap 27, Théorème 31). **Inégalités de Cauchy-Schwarz et Minkowski (sans cas d'égalité)** (Chap 27, Théorèmes 44 et 46). Soient  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  continue par morceaux,  $x_0 \in I$  et  $a \in I$ . Si  $f$  est continue en  $x_0$ , alors  $\Phi : x \mapsto \int_a^x f(t)dt$  est dérivable en  $x_0$  avec  $\Phi'(x_0) = f(x_0)$  (Chap 28, Proposition 7). **Formule de Taylor avec reste intégral** (Chap 28, Théorème 17).

## 2 Séries numériques.

- Notion de série numérique. Notation  $\sum u_n$  ou  $\sum_{n \geq n_0} u_n$ . Sommes partielles. Convergence, divergence. Somme et restes d'une série convergente. Linéarité de la somme. Divergence grossière. Lien suite-série. Séries télescopiques.

**QC** : Condition nécessaire de convergence d'une série (divergence grossière) (Chap 29, Proposition 9).

- Séries géométriques : CNS de convergence, somme. Relation  $e^z = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$  pour  $z \in \mathbb{C}$ .
- Séries à termes positifs. Convergence d'une série à termes positifs si, et seulement si, la suite de ses sommes partielles est majorée. Théorèmes de comparaison de séries à termes positifs (majoration, minoration, grand O, équivalent).
- Comparaison série-intégrale dans le cas monotone. Application à l'étude de sommes partielles et de restes. Séries de Riemann.

**QC** : Critère de convergence des séries de Riemann (Chap 29, Théorème 20).

- Convergence absolue (séries à termes réels ou complexes). Comparaison par rapport à une série à termes positifs.

**QC** : La convergence absolue implique la convergence. (Chap 29, Théorème 22)

- Séries alternées. Signe et majoration en valeurs absolue de la somme et des restes.

**QC** : Critère spécial des séries numériques (Chap 29, Théorème 24)

## 3 La semaine suivante

Séries numériques. Groupe symétrique. Déterminant (début).