

1 Groupe symétrique. Déterminant.

Tout le programme précédent sur les chapitres 30 et 31. Les **questions de cours** au programme sont les suivantes :

Image d'une famille liée de p vecteurs par une forme p -linéaire alternée (Chap 31, Proposition 6). **Caractérisation des bases par le déterminant** (Chap 31, Théorème 13). **Déterminant de Vandermonde** (Chap 31, Théorème 40). **Relation $\mathbf{ACom}(\mathbf{A})^\top = \mathbf{Com}(\mathbf{A})^\top \mathbf{A} = \det(\mathbf{A})\mathbf{I}_n$** (Chap 31, Théorème 42).

2 Espaces préhilbertiens réels.

- Produit scalaire. Notations acceptées : $\langle x, y \rangle$, $(x|y)$, $x \cdot y$. Espace préhilbertien, espace euclidien. Produit scalaire canonique sur $\mathbb{R}^n$, produit scalaire canonique de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$, produit scalaire $\int_a^b fg$ sur $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$.
- Norme associée à un produit scalaire, distance. Formules de polarisation, égalité du parallélogramme. Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

Question de cours : Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité (Chap 32, Théorème 6).

- Vecteurs orthogonaux. Famille orthogonale, famille orthonormée. Théorème de Pythagore. Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt. Orthogonal d'une partie, d'un sous-espace vectoriel.
- Bases orthonormées. Existence dans un espace euclidien. Théorème de la base orthonormée incomplète. Coordonnées dans une base orthonormée, expressions du produit scalaire et de la norme.

Question de cours : Coordonnées dans une base orthonormée, expressions du produit scalaire et de la norme. (Chap 32, Théorèmes 31 et 32).

- Supplémentaire orthogonal d'un sous-espace de dimension finie. Projection orthogonale. Expression du projeté orthogonal dans une base orthonormée. Distance d'un vecteur à un sous-espace de dimension finie, notation $d(x, F)$.

Question de cours : Supplémentaire orthogonal d'un sev de dimension finie (Chap 32, Théorème 33).

Question de cours : Distance à un sev de dimension finie (Chap 32, Théorème 40).

- Vecteur normal à un hyperplan d'un espace euclidien. Distance à un hyperplan à l'aide d'un vecteur normal.

3 La semaine suivante

Espaces préhilbertiens réels. Dénombrement. Probabilités (début).