

## 1 Révisions de MPSI.

Un exercice sur l'un au moins des chapitres suivants sera posé à chaque élève :

- Chap 1 : Calculs algébriques.
- Chap 2 : Trigonométrie.
- Chap 3 : Nombres complexes.
- Chap 4 : Ensembles, applications, relations.
- Chap 5 : Fonctions d'une variable réelle.
- Chap 6 : Fonctions usuelles.
- Chap 7 : Équations différentielles linéaires.
- Chap 8 : Arithmétique dans  $\mathbb{Z}$ .
- Chap 9 : Groupes, anneaux, corps.
- Chap 10 : Calcul matriciel et systèmes linéaires.
- Chap 11 : Polynômes.
- Chap 12 : Arithmétique dans  $\mathbb{K}[X]$ .
- Chap 13 : Fractions rationnelles.
- Chap 14 : Nombres réels.
- Chap 15 : Suites numériques.
- Chap 16 : Limites et continuité des fonctions.
- Chap 17 : Continuité sur un intervalle.
- Chap 18 : Dérivabilité.
- Chap 19 : Fonctions convexes.
- Chap 20 : Comparaison locale des fonctions.
- Chap 21 : Comparaison des suites numériques.
- Chap 22 : Espaces vectoriels.
- Chap 23 : Applications linéaires.
- Chap 24 : Espaces vectoriels de dimension finie.
- Chap 25 : Sous-espaces affines.
- Chap 26 : Matrices et applications linéaires.
- Chap 27 : Intégration sur un segment.
- Chap 28 : Intégration et dérivation.
- Chap 29 : Séries numériques.
- Chap 30 : Groupe symétrique.
- Chap 31 : Déterminant.
- Chap 32 : Espaces préhilbertiens réels.

## 2 Ensembles finis et dénombrement. Probabilités sur un univers fini.

Tout le programme précédent sur les chapitres 33 et 34. Les **questions de cours** au programme sont les suivantes :

**Propriétés d'une probabilité : contraire, union, croissance** (Chap 34, Propositions 11 et 12). **Détermination d'une probabilité par l'image des singletons** (Chap 34, Théorème 15). **Formule des probabilités composées** (Chap 34, Théorème 21). **Formule de Bayes** (Chap 34, Théorème 25).

## 3 Variables aléatoires.

- Variable aléatoire sur un espace probabilisé fini. Loi de la variable aléatoire. Image d'une variable aléatoire par une fonction, loi associée. Lois usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale.
- Espérance d'une variable aléatoire. Relation  $E(X) = \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega)X(\omega)$ . Propriétés de l'espérance : linéarité, positivité, croissance. Espérance d'une variable aléatoire constante, de Bernoulli, binomiale. Formule de transfert.

**QC** : Inégalité de Markov.

- Variance, écart-type. Moments. Relation  $V(X^2) = E(X^2) - E(X)^2$ . Relation  $V(aX + b) = a^2V(X)$ . Variance d'une variable aléatoire de Bernoulli, binomiale. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

**QC** : Espérance et variance d'une variable aléatoire binomiale.

## 4 Vecteurs aléatoires.

- Couple de variables aléatoires. Loi conjointe, lois marginales. Loi conditionnelle de  $Y$  sachant ( $X = x$ ). Extension aux  $n$ -uplets de variables aléatoires.
- Couple de variables aléatoires indépendantes. Variables aléatoires mutuellement indépendantes.
- Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, alors  $E(XY) = E(X)E(Y)$ . Covariance de deux variables aléatoires. Relation  $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$ , cas des variables aléatoires indépendantes. Inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Variance d'une somme, cas de variables deux à deux indépendantes.